

**Exercice n°1 :**

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte. Indiquer sur votre copie, le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

- 1) On connaît les probabilités suivantes :  $P(A)=0,23$  ;  $P(B)=0,56$  et  $P(A \cap B) = 0,11$ . Alors :  
a)  $P(A \cup B) = 0,79$                       b)  $P(A \cup B) = 0,68$                       c)  $P(A \cup B) = 0,9$
- 2) On considère une variable aléatoire X. Sa loi de probabilité est binomiale de paramètres  $n=10$  et  $p= 0,4$ . L'espérance mathématique d'une telle loi sont :  
a)  $E=4$  et  $V=2,4$                       b)  $E=4$  et  $V=0,24$                       c)  $E=10,4$  et  $V=2,4$
- 3) Une primitive F de la fonction f définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = 2 \frac{\ln x}{x}$  est F(x) égale a :  
a)  $\ln x + k$                       b)  $x - \frac{1}{x^2} + k$                       c)  $(\ln x)^2 + k$
- 4) La dérivée de la fonction  $f(x) = x - x^2 \ln x$  est  $f'(x)$  égale a :  
a)  $1 - 2x \ln x$                       b)  $1 - 2x \ln x + x$                       c)  $1 - 2x \ln x - x$

**Exercice n°2:**

Le nombre des postes vendus dans un magasin au cours d'une semaine définit un aléa numérique X dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

$X_i$	0	1	2	3	4	5
$P_i$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

- 1) Calculer l'espérance mathématique de X.
- 2) Le bénéfice réalisé pour la vente d'un poste est 80 Dt. On désigne par Y l'aléa numérique donnant le bénéfice réalisé par le magasin, pendant une semaine, pour la vente de postes de télévision.  
a) Donner la loi de probabilité de Y.  
b) Quel est le bénéfice moyen réalisé par le magasin pour la vente de postes de télévision pendant une semaine ?
- 3) Tous les postes de télévision sont garantis pour deux ans. La probabilité pour qu'un poste de télévision n'ait pas de panne pendant la période de garantie est 0,9. Calculer la probabilité qu'un seul poste tombe en panne pendant la période de garantie.

**Exercice n°3 :**

Une usine fabrique en grande série de climatiseurs susceptibles de présenter deux défauts a et b. Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

- 3% des climatiseurs présentent le défaut a.
  - Parmi les climatiseurs présentant le défaut a, 8% présentent le défaut b.
  - Parmi les climatiseurs ne présentant pas le défaut a, 2% présentent le défaut b.
- On prélève au hasard un climatiseur dans la production. On désigne par A et B les événements suivants :

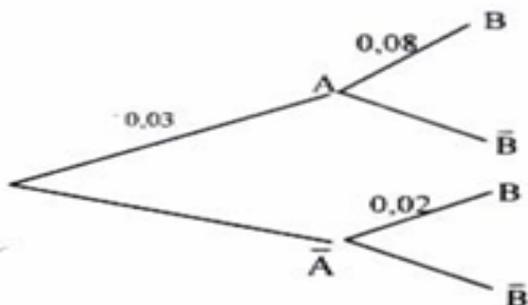
A « Le climatiseur présente le défaut a »

B « Le climatiseur présente le défaut b »

- 1) L'arbre pondéré ci-contre représente cette situation. Recopier et compléter cet arbre .
- 2) Pour cette question, on donnera les résultats à quatre chiffres après la virgule.  
a) Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente à la fois les deux défauts a et b ?



- b) Quelle est la probabilité que le climatiseur présente le défaut b ?  
 c) Quelle est la probabilité que le climatiseur ne présente aucun défaut ?



**Exercice n°4 :**

On considère le graphe G de sommet A,B, C et D et dont la matrice associée est  $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- 1) G est-il un graphe orienté ? Justifier.  
 2) a) Compléter le tableau suivant :

	A	B	C	D
d <sup>+</sup>				
d <sup>-</sup>				

- b) G admet-il un cycle orienté Eulérien ?  
 c) G admet-il une chaîne orientée eulérienne ? Justifier.  
 d) Représenter le graphe G et donner un exemple d'une chaîne orientée eulérienne.

3) On donne  $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Déterminer le nombre de chaîne de longueur 2 reliant B à D.  
 b) Déterminer le nombre de chaîne de longueur 3 reliant A à D.  
 c) Existe-il une chaîne de longueur 3 reliant C à B ? Justifier.  
 d) Déterminer la distance du sommet D au sommet B.  
 e) Calculer la matrice  $M + I_4$ .

4) On donne  $(M + I_4)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  et  $(M + I_4)^3 = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 & 6 \\ 7 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

Déterminer le diamètre de G. Justifier votre réponse.

### Exercice n°5 :

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \ln x$ .

On note (C) la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

#### **Partie A**

Soit  $g$  la fonction définie sur par  $]0, +\infty[$  :  $g(x) = x + 1 - \ln x$ .

- 1) a) Calculer  $g'(x)$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $g$ .
- 2) Déterminer le signe de  $g(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .

#### **Partie B**

- 1) a) Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .  
b) Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $0$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 2) a) Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x \in ]0, +\infty[$  et montrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $g$ .  
c) Calculer  $f(1)$ . En déduire le signe de  $f(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.  
b) Tracer (C) et (T).
- 4) Soit  $F$  la primitive de  $f$  sur  $]0, +\infty[$  qui prend la valeur  $-1$  en  $1$ .  
a) Montrer que  $F(x) = x \ln x - x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $F$  sur  $]0, +\infty[$ .

